Présentation du logiciel Maple

I Introduction

Maple est, avant tout, un logiciel de calcul formel. Il est capable de manipuler des expressions littérales de manière symbolique; c'est-à-dire qu'il ne traitera pas, par exemple, les cas particuliers des calculs (division par 0, expression mal définie...).

Exemple I.1. Pour résoudre l'équation linéaire générale d'inconnues x et y suivante : $\begin{cases} ax + by = r_1 \\ cx + dy = r_2 \end{cases}$ où a, b, c, d, r_1 et r_2 désignent des nombres réels. On tape : $\begin{cases} > & \text{solve}(\{a*x+b*y=r_1,c*x+d*y=r_2\},\{x,y\}); \end{cases}$ Quel commentaire faites-vous?

Maple est capable de mettre en œuvre formellement un grand nombre d'algorithmes classiques : dérivation, intégration, équations linéaires ou polynomiales, équations différentielles...

Cependant, il est aussi capable de faire des calculs numériques. Il permet donc également de faire du calcul approché. (Ce n'est plus du calcul formel)

Il est également muni de fonctions graphiques permettant de faire des représentations graphiques en deux dimensions et en trois dimensions.

Exemple I.3.

Représentation graphique en deux dimensions :
 [> plot([sin(2*t),cos(3*t),t=0..2*Pi]);
 Représentation graphique en trois dimensions :
 [> plot3d([sin(x), sin(y), sin(x+y)], x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi);

Maple intègre également un langage de programmation. Ainsi, on peut programmer des enchainements d'instructions, ses propres commandes...

II Premier contact avec Maple

II.1 Exécution d'une commande

Une fois que vous lancez Maple, vous voyez un prompt (le symbole ">") précédé d'un crochet. Tentons de faire un calcul élémentaire : [> 1+2

```
Maple vous répond par un message d'erreur. Ce n'est pas si simple. Pour qu'une instruction s'exécute, vous devez le faire quivre d'un point virgule. Péesseyens
```

devez la faire suivre d'un point-virgule. Réessayons :

[> 1+2;

```
Pourquoi doit-on faire suivre nos commandes d'un point-virgule?
```

Maple ne sert pas seulement à exécuter des commandes simples. Il permet aussi d'exécuter des enchainements d'instructions. Pour distinguer les différentes instructions, il faut les séparer les unes des autres. Le point-virgule est un séparateur; il marque la fin d'une instruction. Essayons d'enchainer deux instructions :

```
> 1+2; 3+4;
```

Dans la commande précédente, on enchaine deux instructions sur une même ligne. Pour que l'enchainement des commandes soit plus lisible, il serait souhaitable de pouvoir passer à la ligne. Cependant, la touche "entrée" sert déjà à exécuter une commande. L'alternative qui a été choisie par Maple est l'appui simultanée des touches : shift+entrée. Refaisons le calcul précédent :

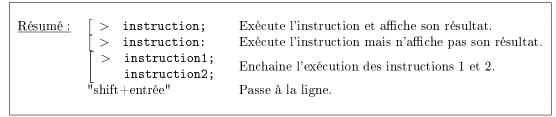
```
> 1+2;
3+4;
```

Un autre séparateur est " : ". Comparons leurs comportements :

```
> 1+2:
```

Rien ne s'affiche mais le calcul est bien effectué. Pour preuve, le dernier calcul effectué est contenu dans la variable %.

> %;



Un peu de vocabulaire :

```
\begin{array}{c} \text{prompt} \\ \downarrow \\ > 3+2; \\ 5 \\ \hline \left[ \begin{array}{c} > 3+2; \\ 5+4; \end{array} \right] & \leftarrow \text{Bloc d'instructions} \\ 5 \\ 9 \end{array} \right\} \leftarrow \text{Groupe d'exécution} \end{array}
```

Remarque II.1. Il faut faire très attention au fait que Maple distingue les majuscules et les minuscules. Comparer les commandes suivantes :

II.2 Mise en page

Il peut être utile de mettre en page votre document (pour faire de jolis TP...):

- 1. Insérer un groupe d'exécution : Insert \rightarrow Execution group \rightarrow $\left\{\begin{array}{l} \text{before cursor} \\ \text{after cursor} \end{array}\right.$
- Insérer des commentaires au milieu des instructions :
 Instructions; # Je mets ici un commentaire.
- 3. Insérer du texte :

Insert \rightarrow Text (transforme un groupe d'exécution en une zone de texte.)

Opération inverse :

 $Insert \to Maple\ Input$

II.3 Accès à l'aide

Maple est un logiciel qui possède un nombre incalculable d'instructions. Il est donc primordiale de savoir utiliser l'aide. Le moyen le plus simple d'accéder à l'aide est de connaître le nom de l'instruction dont vous voulez connaître le mode d'emploi. Vous accédez à l'aide de la fonction nom_fonction par l'instruction suivante :

> ?nom_fonction

Elle suit un format précis:

- Titre (suivi de la fonction de l'instruction)
- Calling sequence : syntaxe de la commande
- Parameters: nature des différents paramètres de la fonction (entier, flottants,...)
- Description : description de la fonction et de ses différentes options
- Examples : plusieurs exemples d'utilisation de la fonction

Si vous ne connaissez pas le nom de votre fonction, il faut aller dans le menu "help" ou en tapant : "?" derrière le prompt d'un groupe d'exécution. Il s'agit ensuite de parcourir les différents menus jusqu'à touver l'instruction désirée.

Exemple II.1. Regarder l'aide de la fonction ifactor. Essayer de l'utiliser sur un ou plusieurs exemples.

Remarque II.2. Si vous êtes dépassé par la quantité d'informations fournis par l'aide d'une instruction, procédez comme suit :

- 1. Lire le titre et la fonction.
- 2. Identifier la syntaxe la plus simple de l'instruction et la nature des variables (on ignore dans un premier temps les arguments optionnels).
- 3. Regarder les exemples.

III Premiers calculs

Sous Maple, il est primordial de spécifier tous les opérations utilisées. En particulier, il faut spécifier toutes les multiplications et de placer toutes les parenthèses nécessaires. Par contre, Maple respecte les règles de priorité usuelles.

III.1 Entiers et fractions

On peut utiliser les opérations de bases sur les nombres : $+,-,*,\setminus,^{\wedge}$. Les calculs des entiers et fractions sont systématiquement simplifier. Calculez $4\frac{2}{3}+\frac{1}{2}$.

Ce n'est pas le cas des expressions. Calculez 3x + 2 - 3(x+1) et $(a-b)(a+b) - (a^2 - b^2)$.

Maple manipule également les racines carrées et les racines n^{ème} de manière formelle sans faire du calcul approché comme beaucoup de calculatrices. Calculez : $\sqrt{8}$, $\sqrt{8} - 2\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$ et $\sqrt[3]{2}\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{6}$. On consultera l'aide des fonctions sqrt et root.

III.2 Nombres flottants

Maple fait du calcul approché à l'aide des nombres flottants; c'est-à-dire des nombres qui sont manipulés avec un nombre de chiffres significatifs prédéterminés. Calculez par exemple : 0.1234567890123456789 + 1.

La fonction evalf permet d'évaluer les nombres.

> evalf(sqrt(2));

evalf(sqrt(2),20); # Le deuxième paramètre permet de modifier le nombre de chiffres significatifs

La variable Digits contient le nombre de chiffres significatifs manipulés par défaut par Maple. On peut en modifier sa valeur :

> Digits:=3; # La variable Digits vaut désormais 3.
3.14157;
1+3.14157;

Remarque III.1. Dès lors qu'une expression contient un nombre flottant Maple va calculer tous les nombres de manière approchée :

> sqrt(2.);

En informatique, la nature d'une donnée est appelé type. La fonction what type renvoie le type d'une variable.

> whattype(2);
whattype(2.);

Exercise 1. 1. Calcular $(10^{-4} + 2.5) - 2.5$, $10^{-4} + (2.5 - 2.5)$, $10^{-4} + 2.5 - 2.5$ avec 4 chiffres significantles.

- 2. Calculer $\frac{5}{2} + 10^{-4} \frac{5}{2}$.
- 3. Quels commentaires faites-vous?

III.3 Nombres complexes

 $> i \wedge 2;$ $I \wedge 2;$

Sur Maple, I désigne donc une racine carrée de -1.

Les fonctions élémentaires sur les nombres comples sont les suivantes :

Re : partie réelle

Im : partie imaginaire

 $\begin{array}{lll} {\rm conjugate} & : {\rm conjugu\acute{e}} \\ {\rm abs} & : {\rm module} \\ {\rm argument} & : {\rm argument} \\ {\rm polar(r,theta)} & : {re^{i\theta}} \end{array}$

evalc : évaluation des nombres complexes

Exercice 2. 1. Calculer en utilisant la fonction eval c la partie réelle de $\frac{re^{i\theta}}{a+ib}$.

2. Quelles hypothèses Maple a-t-il faites a priori sans que vous ne lui ayez demandé? Commenter.

IV Manipulation d'expressions

IV.1 Notion d'expressions

Une expression mathématique est une formule exprimée en fonction d'une ou plusieurs variables, appelées inconnues. Sous Maple, il n'y a guère de différence. Il faut seulement faire bien attention au fait que si vous avez affecté une valeur à une variable, elle n'est plus traitée comme une inconnue mais elle est remplacée dans l'expression par sa valeur.

Exemple IV.1. Comparer les deux blocs d'instructions suivants : $\begin{bmatrix} > & x \land 2 + x + 1; \\ \\ > & x : = 2; \# Stocke la valeur 2 dans la variable x \\ & x \land 2 + x + 1; \end{bmatrix}$

IV.2 Simplification d'une expression

Idéalement, on souhaiterait que Maple nous détermine systématiquement la forme la plus simple des expressions que nous lui demandons de calculer. Cependant, qu'est-ce que la forme la plus simple d'une expression? Sa forme développée, sa forme factorisée dans $\mathbb R$ ou dans $\mathbb C$, une autre forme? Par exemple, l'expression $(x-1)^3-1$ est-elle plus simple que sa forme développée x^3-3x^2+3x-2 ou que sa forme factorisée $(x-2)(x^2-x+1)$? En réalité chacune de ces expressions a son intérêt propre : la première nous indique que le graphe de la fonction associée à cette expression peut être déduit par translation de celui de la fonction $x\mapsto x^3$, la seconde est une expression polynomiale (il est facile d'en calculer la dérivée, une primitive...) enfin la troisième permet par exemple d'en étudier le signe. Si, pour une expression aussi simple, il est impossible de déterminer qu'elle en est l'expression la plus simple, il est donc illusoire d'exiger de Maple qu'il le fasse. Par conséquent, c'est l'utilisateur qui va devoir indiquer à Maple de quelle façon il souhaite simplifier ses expressions.

IV.2.a La fonction simplify

Malgré tout, le logiciel nous propose une fonction qui simplifie les expressions : la fonction simplify. Sa syntaxe est élémentaire. La commande <u>simplify(Expr)</u> simplifie l'expression Expr. Comme nous l'avons remarqué, la notion d'expression simplifiée est floue, il est donc bien difficile de savoir a priori sous quelle forme Maple va simplifier une expression.

Exemple IV.2. On a l'égalité suivante : $(x-3)^2 - 1 = (x-4)(x-2)$. Simplifions ces deux expressions :

On constate que deux expressions égales ne sont pas nécessairement simplifier de la même manière. Dans le premier cas, il ne factorise pas l'expression tandis que dans le second, il conserve la factorisation.

Exemple IV.3. On a l'égalité suivante : $\frac{x-2}{x-3} = \frac{(x-2)(x-4)}{(x-3)(x-4)} = \frac{x^2-6x+8}{x^2-7x+12}$. Simplifions cette dernière expression :

Surprise! Maple a bien simplifié notre fraction. Dans l'exemple précédent, la fonction simplify ne factorisait pas les expressions. Pourtant, cela semble la technique la plus adaptée pour simplifier ainsi cette expression. Il y a probablement une alternative adaptée à cette situation mais nous ne la connaissons pas. Dans une autre situation, on n'est pas sûr que Maple sera capable de simplifier nos expressions. Il ne faudra pas en être surpris.

Exercice 3. $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

>

La fonction simplify ne simplifie pas que les polynômes. Démontrer à l'aide de la fonction simplify que : $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.

IV.2.b La fonction expand

La fonction expand permet de développer les expressions. Sa syntaxe est similaire à celle de la fonction simplify; la commande expand(Expr) développe l'expression Expr.

Exemple IV.4. On a l'égalité suivante : $(x-4)(x-2) = x^2 - 6x + 8$. Montrons cette relation avec Maple en développant la première expression :

Elle ne développe pas les expressions seulement en exploitant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Elle développe également des expressions trigonométrique.

Exemple IV.5. On a l'égalité suivante : $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$. Montrons cette relation avec Maple en développant la première expression :

>

IV.2.c La fonction factor

La fonction factor permet de factoriser les expressions. Sa syntaxe est également similaire à celle de la fonction simplify; la commande factor(Expr) factorise l'expression Expr.

Exemple IV.6. On a l'égalité suivante : $(x-4)(x-2) = x^2 - 6x + 8$. Montrons à nouveau cette relation avec Maple en factorisant la deuxième expression :

IV.2.d La fonction combine

La fonction combine permet de combiner les termes d'une expression : si on consulte l'aide (faites-le), on s'aperçoit que la fonction combine applique essentiellement les règles inverses de la fonction expand. Sa syntaxe est similaire à celle de la fonction simplify; la commande <u>combine(Expr)</u> combine les termes de l'expression Expr.

Exemple IV.7. On a l'égalité suivante : $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$. Montrons à nouveau cette relation avec Maple en coombinant les termes de la deuxième expression :

>

```
Résumé: simplify(Expr); Simplifie l'expression Expr.
expand(Expr); Développe l'expression Expr.
factor(Expr); Factorise l'expression Expr.
combine(Expr); Combine les termes de l'expression Expr.
```

Exercice 4. Polynômes.

- 1. Factoriser dans \mathbb{R} puis dans \mathbb{C} (on regardera dans l'aide) le polynôme : $x^4 5x^3 + 7x^2 5x + 6$.
- 2. Développer le polynôme : $(x-3)(x^2+1)(3x+2)$.

Exercice 5. Simplification.

Simplifier les expressions suivantes :

- 1. $8^{\frac{1}{3}} + 5$
- 2. $\sqrt[3]{5\sqrt{2}+7} \sqrt[3]{5\sqrt{2}-7}$

Exercice 6. Linéariser : $\sin^3(x)\cos(x)^4$.