

---

Programme de colles de la semaine n°1

---

## 1 Consignes

Le programme de cette première semaine porte sur la trigonométrie et la logique.

En trigonométrie, vous devez connaître les formules du formulaire. Vous devez savoir transformer des formules trigonométriques sous la forme  $A \cos(\omega t + \varphi)$ , sous la forme d'un polynôme trigonométrique, sous forme linéarisée... Cela se fera sans l'usage de l'exponentielle complexe.

En logique, il faut être capable d'exprimer des propriétés à l'aide des opérateurs logiques, des quantificateurs..., de donner l'expression de la négation d'une propriété... Il faut également savoir démontrer des énoncés quantifiés, des implications, des équivalences...

## 2 Plan du cours

### Chapitre 0 - Fondements des mathématiques

#### I-Logique

##### I.1 Logique booléenne

###### I.1.a) Définitions

(notion de proposition, exemples...)

###### I.1.b) Opérateurs logiques élémentaires

(opérateur logique "et", "ou" et "non", table de vérité, associativité, commutativité, distributivité... , loi de Morgan)

###### I.1.c) Implication

(table de vérité, expression logique, négation, contrapositive...)

###### I.1.d) Equivalence

(table de vérité, principe de double implication...)

##### I.2 Quantificateurs

(notion d'ensemble et de prédicat, définition des quantificateurs, négation, inversion des quantificateurs...)

##### I.3 Techniques de démonstration

###### I.3.a) Démonstration directe

(implication, équivalence (raisonnement par équivalences), énoncé avec quantificateurs ( $\forall, \exists$ ))

###### I.4.b) Décomposer un problème

(distinction de cas, principe de double implication, analyse-synthèse...)

###### I.4.c) Contrapositive

(démonstration et exploitation de la contraposée d'un énoncé)

###### I.4.d) Démonstration par l'absurde

(principe générale, cas d'une implication)

###### I.4.e) Principe de récurrence

(récurrence simple uniquement)

### Algèbre-Chapitre 1 - Fondements des mathématiques

#### I Rappels sur les congruences

définition, propriétés algébriques)

#### II Définitions et étude des fonctions

##### II.1 Sinus et cosinus

(définition, symétrie, étude...)

##### II.2 Tangente

(définition, étude...)

#### III Propriétés

##### III.1 Formulaire

(preuves des formules du formulaire)

##### III.2 Normalisation

(transformation d'une expression de type  $a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$  en une expression du type :  $A \cos(\omega t + \varphi), \dots$ )

III.3 Expressions trigonométriques (linéarisation, transformation d'une expression trigonométrique en un polynôme trigonométrique...)

### 3 Démonstrations

1. Vous devez savoir démontrer toutes les formules du formulaire à partir des formules de  $\cos(a + b)$  et  $\sin(a + b)$ . En particulier, vous devez savoir retrouver les formules de Simpson.
2. Transformation d'une expression de type  $a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t)$  en une expression du type :  $A \cos(\omega t + \varphi)$

### 4 Exercices traités en cours

**Feuille 0** (1<sup>ère</sup> partie) : Exercice 5 (2,3,4,6,7), Exercice 6, Exercice 8 (2), Exercice 10 (a,d,f), Exercice 11 (a,b), Exercice 14, Exercice 15 (1,2), Exercice 19, Exercice 22

**Feuille 1** : Exercice 1 (3,4), Exercice 2 (1,4,6,7), Exercice 4 ( $\frac{\pi}{8}$ ), Exercice 6 (5,6), Exercice 7 (5,7)