
Programme de colles de la semaine n°4

1 Consignes

Le programme de cette semaine porte toujours sur les nombres complexes : racines $n^{\text{ème}}$, applications en géométrie (calculs de distance, d'angles, similitudes directes...)

Nous y ajoutons les études de fonctions : calcul de limites, dérivabilité, variations, recherche d'asymptotes, convexité...

2 Plan du cours

Le programme de cette semaine s'ajoute à celui de la semaine précédente.

Vous pouvez être interrogé sur n'importe quelle partie du cours.

I - Rappels et compléments pour l'étude d'une fonction

I-1 Restriction et prolongement de fonctions

(définition ; exemples)

I-2 Continuité

(définition (*la définition formelle est hors programme*) ; notation $\mathcal{C}(I, \mathbb{R})$, $\mathcal{C}(I)$, $\mathcal{C}^0(I, \mathbb{R})$, $\mathcal{C}^0(I)$; prolongement par continuité ; exemples)

I-3 Dérivabilité - Tangente

(définition, une fonction dérivable est continue ; dérivée d'une composée ; fonctions de dérivée nulle ; demi-tangente à droite et à gauche ; exemples)

I-4 Recherche d'une droite asymptote

(définition ; méthode générale ; définitions d'une direction asymptotique et d'une branche parabolique ; exemples)

I-5 Convexité, concavité et inflexion

(définition (**uniquement** la caractérisation dans le cas dérivable) ; interprétation géométrique ; caractérisation dans le cas deux fois dérivable)

I-6 Parité, symétrie et périodicité

(définitions, caractérisation d'une symétrie dans le graphe d'une fonction ; parties paire et impaire d'une fonction ; règles de calculs)

I-7 Application réciproque

(définition d'une bijection, de la bijection réciproque ; caractérisation et méthode de calcul ; régularité de la bijection réciproque)

II- Fonctions exponentielles, logarithmes et puissances

II-1 Fonction exponentielle

(existence (admise) et unicité de la fonction exp, propriétés usuelles de la fonction exp, limites usuelles, croissances comparées)

II-2 Fonction logarithme népérien

(définition, propriétés usuelles, étude, limites usuelles)

II-3 Puissances non entières

II-3-a) Définition et premières propriétés

(définition de x^y , règles de calcul, dérivation de fonction de type $(x \mapsto u(x)^{v(x)})$ (à savoir refaire), formes indéterminées)

II-3-b) Exponentielles en base quelconque

(définition de $\exp_a$, propriétés usuelles)

II-3-c) Logarithmes en base quelconque

(définition de $\log_a$, propriétés usuelles)

II-3-d) Fonctions puissances

(étude de la fonction $(x \mapsto x^\alpha)$ où $\alpha \in \mathbb{R}$, étude de la fonction)

II-3-e) Croissances comparées

(théorèmes généraux de croissances comparées)

3 Démonstrations

1. Détermination des racines $n^{\text{ème}}$ d'un nombre complexe connaissant une de ses racines $n^{\text{ème}}$ à l'aide des racines $n^{\text{ème}}$ de l'unité. Application dans le cas où l'on connaît la forme trigonométrique du nombre complexe.

2. Dérivées usuelles : $f + g$, fg , $\frac{1}{g}$, $f \circ g$, fonction racine carrée, fonction $(x \mapsto x^n)$ et réciproque.

Remarque 1. *Vous devez savoir interpréter géométriquement le taux d'accroissement, la dérivée...*

3. Unicité de l'exponentielle.

4 Exercices traités en cours

Feuille 2 : Exercice 24 (1,3), Exercice 25, Exercice 31, Exercice 32, Exercice 34, Exercice 36 (1,2)

Feuille 3 : Exercice 1, Exercice 3(1), Exercice 4 (1), Exercice 6(4), Exercice 8(4), Exercice 11 (1,2,3)