Programme de colles de la semaine n°5

1 Consignes

Nous continuons les études de fonctions : calcul de limites, dérivabilité, variations, recherche d'asymptotes, convexité...

Nous ajoutons l'étude des fonctions usuelles : ch, sh, th, argch, argsh, argth, arccos, arcsin, arctan.

2 Plan du cours

Le programme de cette semaine s'ajoute à celui de la semaine précédente.

Vous pouvez être interrogé sur n'importe quelle partie du cours.

III-Fonctions hyperboliques

III-1 Fonctions cosinus et sinus hyperboliques

(définitions de ch et sh, ch et sh sont les parties paire et impaire de exp, $\text{ch}(x) + \text{sh}(x) = e^x$, $\text{ch}(x) - \text{sh}(x) = e^{-x}$, $\text{ch}^2(x) - \text{sh}^2(x) = 1$, études des fonctions)

III-2 Fonction tangente hyperbolique

(définition de th, $\text{th}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$, étude de la fonction th)

III-3 Fonction argument cosinus hyperbolique

(définition, étude)

III-4 Fonction argument sinus hyperbolique

(définition, étude)

III-5 Fonction argument tangente hyperbolique

(définition, étude)

IV Fonctions circulaires

IV-2 Fonction arcsin

(définition, domaine de définition, étude : dérivée, symétrie, graphe..., valeurs usuelles)

IV-3 Fonction arccos

(définition, domaine de définition, étude : dérivée, symétrie, graphe..., $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$, valeurs usuelles)

IV-4 Fonction arctan

(définition, domaine de définition, étude : dérivée, symétrie, graphe..., valeurs usuelles)

3 Démonstrations

1. Dérivées usuelles : $f + g$, fg , $\frac{1}{g}$, $f \circ g$, fonction racine carrée, fonction $(x \mapsto x^n)$ et réciproque.

Remarque 1. *Vous devez savoir interpréter géométriquement le taux d'accroissement, la dérivée...*

2. Unicité de l'exponentielle.

3. $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{si } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ (en utilisant un changement de variable)

4 Exercices traités en cours

Feuille 3 : Exercice 1, Exercice 3(1), Exercice 4 (1), Exercice 6(4), Exercice 8(4), Exercice 11 (1,2,3), Exercice 12 (1,2,4,5,10,11), Exercice 13, Exercice 18(1,2,3), Exercice 20 (1,2,3,4), Exercice 23 (1,2), Exercice 24, Exercice 25 (3), Exercice 26 (1), Exercice 28 (1,6,7)