
Programme de colles de la semaine n°6

1 Consignes

Nous continuons les études de fonctions en nous concentrant sur les fonctions usuelles réciproques : $\argch$, $\argsh$, $\argth$, $\arccos$, $\arcsin$, $\arctan$. La connaissance des autres fonctions usuelles est bien entendu indispensable. Nous ajoutons l'étude des équations différentielles linéaires d'ordre 1. En particulier, la méthode de variation de la constante doit être connue.

2 Plan du cours

Le programme de cette semaine s'ajoute à celui de la semaine précédente.

Vous pouvez être interrogé sur n'importe quelle partie du cours.

Analyse-Chapitre 2 - Équations différentielles linéaires

I- Rappels et compléments

I-1 Dérivation des fonctions à valeurs complexes

(définition des parties réelles et imaginaire d'une fonction, continuité et dérivabilité,...)

I-2 Fonctions exponentielles

(Fonctions du type : $(t \mapsto e^{\lambda t})$, $\lambda \in \mathbb{C}$, caractérisation, dérivation de e^ϕ où $\phi : I \mapsto \mathbb{C}$,...)

I-3 Primitives

(cas complexe, primitive de $f(at + b)$, de $\phi' \cdot (f \circ \phi)$, intégration par parties,...)

II- Équations linéaires du premier ordre

II-1 Définition

($y' + a(x)y = b(x)$, solutions, équation homogène, courbes intégrales, solution particulière, solution générale...)

II-2 Structure de l'ensemble des solutions

(solution générale de l'équation homogène + solution particulière, principe de superposition (énoncé et démonstration))

II-3 Étude de l'équation homogène

(Résolution de l'équation homogène)

II-4 Variation de la constante

(Énoncé et démonstration)

II-5 Problème de Cauchy

(Énoncé, existence et unicité des solutions,...)

3 Démonstrations

1. $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} & \text{si } x > 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{si } x < 0 \end{cases}$ (en utilisant un changement de variable)
2. Caractérisation de la fonction $(x \mapsto e^{\lambda x})$ où $\lambda \in \mathbb{C}$.
3. Résolution d'une équation différentielle linéaire homogène d'ordre 1.
4. Présentation de la méthode de la variation de la constante.

4 Exercices traités en cours

Feuille 3 : Exercice 1, Exercice 3(1), Exercice 4 (1), Exercice 6(4), Exercice 8(4), Exercice 11 (1,2,3), Exercice 12 (1,2,4,5,10,11), Exercice 13, Exercice 18(1,2,3), Exercice 20 (1,2,3,4), Exercice 23 (1,2), Exercice 24, Exercice 25 (3), Exercice 26 (1), Exercice 28 (1,6,7)

Feuille 4 : Exercice 1 (1,2,4,5,8,9,10,11,18,19,22,25,26,28), Exercice 2, Exercice 3, Exercice 4 (3,7,9,12,13)