

1 Consignes

Nous continuons le chapitre sur la dérivation. Il faut savoir étudier la régularité d'une fonction, le calcul de sa dérivée mais aussi de ses dérivées successives. Il s'agit également de savoir exploiter les propriétés des fonctions dérivables (théorème de Rolle, des accroissements finis, principe de prolongement de la dérivée...). Nous continuons également l'étude des fonctions convexes. En particulier, on vous demandera de connaître et de savoir utiliser l'inégalité de convexité.

Il s'ajoute cette semaine le début de l'algèbre linéaire. Vous devez connaître les définitions et les premières propriétés des espaces vectoriels et des sous-espaces vectoriels. Il faut savoir établir si un sous-ensemble d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel. Pour cela, il est essentiel de connaître les principaux exemples d'espaces vectoriels. Vous devez savoir manipuler les notions de sous-espaces vectoriels engendrés, de somme de sous-espaces vectoriels, de sous-espaces supplémentaires...

Rappel : Vous devez être capable de répondre à toutes questions portant sur le cours.

2 Plan du cours

Le programme de cette semaine s'ajoute à celui de la semaine précédente.

Algèbre-Chapitre 8 : Algèbre linéaire - Espaces vectoriels

I Définition et premières propriétés

I.1 Définition

(définition, premiers exemples)

I.2 Règles de calcul

(propriétés complémentaires, combinaisons linéaires)

I.3 Exemples fondamentaux d'espaces vectoriels

(produit d'espaces vectoriels, cas particulier de $\mathbb{K}^n$, espace des polynômes, ensembles d'applications à valeurs dans un espace vectoriel, cas particulier de $\mathcal{F}(I, \mathbb{K})$)

II Sous-espaces vectoriels

II.1 Définition et premières propriétés

(définition, un sous-espace vectoriel est un espace vectoriel, caractérisation d'un espace vectoriel)

II.2 Intersection de sous-espaces vectoriels

(une intersection de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel)

II.3 Sous-espaces vectoriels engendrés

(définition d'un sous-espace vectoriel engendré par A comme le plus petit sous-espace vectoriel contenant A , caractérisation comme l'intersection de tout les sous-espaces vectoriels contenant A puis comme l'ensemble des combinaisons linéaires de vecteurs de A)

II.4 Somme de sous-espaces vectoriels

(définition, famille génératrice de la somme de deux sous-espaces vectoriels, sous-espaces vectoriels supplémentaires)

III Sous-espaces affines d'un espace vectoriel

III.1 Définition

(définition, exemples)

III.2 Direction d'un sous-espace affine

(unicité de la direction d'un sous-espace affine, caractérisation de la direction)

III.3 Intersection de sous-espaces affines

(une intersection de sous-espaces affines est soit vide soit un sous-espace affine)

III.4 Sous-espaces affines parallèles

(définitions)

Remarque : Vous trouverez le contenu de ce chapitre sur le site.

3 Démonstrations

1. Égalité des accroissements finis (à partir du théorème de Rolle).
2. Principe de prolongement de la dérivée.
3. $\forall y_i \in \mathbb{R}^{+*} \quad \left(\prod_{k=1}^n y_i \right)^{\frac{1}{n}} \leq \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n y_i$
4. Détermination d'une famille génératrice de $F = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 / 3x + 2y + z = 0 \right\}$ (Exemple II.5 n°9).
5. $\mathbb{R}^2 = \text{vect} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \oplus \text{vect} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ (Exemple II.7 n°2).

4 Exercices traités en cours

Feuille n°15 : Exercice 3 (4,5), Exercice 4 (2), Exercice 5 (1), Exercice 6, Exercice 8 (1,3,5,7), Exercice 10, Exercice 11, Exercice 16, Exercice 17, Exercice 20

Feuille n°16 : Exercice 1 (1,3,4,6,9,11), Exercice 2, Exercice 5 (2,6), Exercice 7, Exercice 8, Exercice 9 (2), Exercice 12, Exercice 15, Exercice 16 (3,4)